

Duas abordagens para operações com frações no 6º ano do Ensino Fundamental por meio do Material Cuisenaire

Two approaches to operations with fractions in the 6th year of elementary school through Cuisenaire Rods

Alexsander Cler Taveiros Silva
Universidade Federal de Alagoas
alexcler96@gmail.com

Claudia de Oliveira Lozada
Universidade Federal de Alagoas
cld.lozada@gmail.com

Resumo: Este artigo apresenta resultados parciais de uma pesquisa realizada para o Trabalho de Conclusão de Curso na Licenciatura em Matemática do Instituto de Matemática da Universidade Federal de Alagoas e tem por objetivo apresentar o Material Cuisenaire como recurso didático para auxiliar na compreensão dos diferentes significados de frações e das operações de soma e de subtração no 6º ano do Ensino Fundamental. Para tanto, fizemos breves apontamentos sobre o referencial teórico acerca do ensino de frações, seguido do que prevê a Base Nacional Comum Curricular acerca das habilidades e competências a serem desenvolvidas. Por fim, apresentamos duas abordagens para o ensino de soma e subtração de frações por meio da utilização do Material Cuisenaire.

Palavras-chave: Ensino de frações; Material Cuisenaire; Recursos Didáticos.

Abstract: This article presents partial results of a research carried out for the Final Course Paper in the Mathematics Degree at the Mathematics Institute of the Federal University of Alagoas and aims to present the Cuisenaire Rods as a didactic resource to help to understand the different meanings of fractions, and addition and subtraction operations in the 6th year of elementary school. Therefore, we made brief notes on the theoretical framework about the teaching of fractions, followed by what is foreseen in the Common National Curriculum Base about the skills and competences to be developed. Finally, we presented two approaches for teaching addition and subtraction of fractions using the Cuisenaire Rods.

Key-words: Teaching of fractions; Cuisenaire rods; Didactic resources.

Recebido em: 27/05/2021

Aceito em: 12/07/2022

Introdução

O ensino e aprendizagem de frações no Ensino Fundamental ainda é um tema emergente nas pesquisas visto que as dificuldades de compreensão do conceito de fração e suas operações não se resumem aos alunos, mas também aos professores, uma vez que o conteúdo é ensinado preliminarmente nos anos iniciais do Ensino Fundamental pelos

pedagogos, que em geral, apresentam lacunas em sua formação inicial em relação aos conteúdos matemáticos, como pontuam Cardoso e Mamede (2017).

Sobre a carga horária voltada para a Matemática e Ensino de Matemática no curso de Pedagogia, os estudos realizados por Cunha e Costa (2008) apontaram que em geral são 135 horas, sendo ofertadas entre uma e quatro disciplinas, com predominância da disciplina de Metodologia de Ensino de Matemática. Costa, Pinheiro e Costa (2016) também constataram, oito anos depois do estudo realizado por Cunha e Costa (2008) que a carga horária dos cursos de Pedagogia voltada para o Ensino de Matemática permanece reduzida, variando de 107 a 110 horas, reiterada também pelos estudos de Ribeiro (2019), que identificou que a carga horária de disciplinas voltadas para o Ensino de Matemática e Fundamentos de Matemática ainda é baixa.

Ribeiro (2019) realizou uma pesquisa sobre o ensino de frações no curso de Pedagogia em duas instituições. Entrevistando os docentes que lecionavam Ensino de Matemática e Fundamentos de Matemática no curso, a autora verificou que alguns docentes desconheciam os diferentes significados de fração ou conheciam alguns dos significados sem fazer a diferenciação entre eles, que algumas abordagens sobre o conteúdo de fração eram feitas de modo superficial em virtude do pouco tempo e que os recursos didáticos utilizados nas abordagens eram escassos.

Já Moraes (2010) conduziu uma pesquisa sobre as dificuldades das professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental com o ensino de frações. As principais dificuldades levantadas pelo autor foram em relação à comparação entre frações, representação, operações e transformação de fração em número misto. As professoras manifestaram que ao longo da formação inicial não houve uma abordagem aprofundada de alguns conteúdos matemáticos e que também tinham um sentimento de rejeição em relação à Matemática oriundo dos primeiros anos de sua formação escolar. Afirmaram que o curso de formação continuada do qual participaram e que integrava a pesquisa, serviu para ampliar seus conhecimentos sobre fração.

Também no sentido de identificar as dificuldades e aprendizagens dos professores, é que Siebert (2015) conduziu uma pesquisa com professores do 4º e 5º ano do Ensino Fundamental. A autora constatou que as professoras (o grupo era formado especificamente por mulheres) apresentaram as seguintes dificuldades: lidar com as perguntas e respostas dos alunos nas aulas, modificar as práticas pedagógicas tecnicistas, elaborar atividades

significativas com diferentes recursos didáticos, utilizar e compreender as proposições dos referenciais curriculares, transcender o significado de fração ligado à ideia de parte-todo e representar geometricamente as frações impróprias.

Na pesquisa realizada por Siebert (2015), as professoras também apontaram as lacunas na formação inicial referentes a aprender e ensinar Matemática e afirmaram que o curso de formação continuada além de ampliar os conhecimentos específico, curricular e pedagógico de frações, lhes trouxe segurança para ensinar o conteúdo de fração e novas alternativas de recursos didáticos, como os jogos.

Como podemos ver, a formação inicial dos pedagogos e os conhecimentos matemáticos nos cursos de Pedagogia são aspectos que ainda merecem atenção das pesquisas, mas também deveriam ter destaque nas agendas de reformulação da grade curricular desses cursos no âmbito do Ministério da Educação, uma vez que são os pedagogos que iniciam o ensino de frações nos anos iniciais do Ensino Fundamental e caso haja falhas no processo ensino-aprendizagem, estas podem se arrastar até o 6º ano e comprometer a continuidade da aprendizagem e o aprofundamento do conteúdo de frações.

Em relação aos recursos didáticos para o ensino de frações, Santos (2019) apresenta uma proposta que envolve a utilização do Tangram, que é um quebra-cabeça geométrico chinês. A autora elaborou uma sequência didática com o objetivo de estabelecer relações entre as peças do Tangram e o conceito de fração, equivalência, comparação e as operações com frações, realizando primeiramente uma abordagem histórica do conceito de fração e do surgimento dos números racionais numa perspectiva geométrica e algébrica, obtendo resultados satisfatórios.

Makuch (2016) elaborou uma proposta de ensino de frações com o uso de simulações interativas Physics Education Technology - PHET (projeto criado em 2002 por Carl Wieman da Universidade do Colorado com softwares para serem utilizados no processo ensino-aprendizagem de Matemática e Ciências), constatando a potencialidade da ferramenta que apresenta estímulos variados tais como, textual, visual e auditivo. O autor utilizou as simulações aliadas à resolução de problemas envolvendo frações, identificando que houve uma melhora na compreensão do conceito de fração e nas operações.

A utilização de diferentes recursos didáticos para o ensino de frações tem se mostrado eficaz (MENDES; MENDES, 2016), principalmente os materiais concretos que possibilitam a manipulação e a visualização das representações e operações, pois compreender o conjunto

dos números racionais implica uma série de associações como explicam Campos e Rodrigues (2007, p. 69):

Dentre os conteúdos típicos da matemática do ensino básico, os Números Racionais constituem-se em um dos temas de construção mais difícil, pois sua compreensão envolve uma variedade de aspectos que se configuram como obstáculos ao seu pleno domínio, pois, embora esse conjunto numérico seja uma extensão dos Naturais, as tentativas de estabelecer paralelos entre procedimentos relativos aos dois conjuntos ora são válidas, ora não são, deixando desorientados os alunos que procuram estabelecer esses paralelos, sem uma reflexão mais aprofundada.

Outra questão em relação às frações diz respeito aos seus diferentes significados. Campos, Magina e Nunes (2006) apresentam os significados de fração: número, parte-todo, medida, quociente e operador multiplicativo. Em geral, o significado parte-todo é o mais abordado para o ensino de frações, o que limita a compreensão da fração em diferentes contextos e situações, uma vez que se reduz à contagem das partes como se fossem números naturais e não desenvolvendo a noção de que as frações são outro tipo de número, como explicam Nunes e Bryant (1997).

Assim, com o objetivo de contribuir para diminuir as dificuldades no processo ensino-aprendizagem de frações no 6º ano do Ensino Fundamental e ressignificar a compreensão do seu conceito e as suas operações, apresentamos uma proposta de ensino com duas abordagens para a soma e subtração de frações.

Uma proposta de ensino de frações com o uso do Material Cuisenaire

O significado de fração mais trabalhado nas aulas de Matemática é o conceito de parte-todo que representa um todo (d) dividido em partes (n) iguais sendo algumas dessas partes tomadas, e assim temos a representação pela fração n/d (VALERA, 2003; MERLINI, 2005; CAVALCANTI; GUIMARÃES, 2008).

Campos, Magina e Nunes (2006) apresentam cinco significados de frações que foram expandidos para oito significados por Cavalcanti e Guimarães (2008, p. 2-3), como podemos ver no quadro abaixo:

Quadro 1 – Significados de Fração

Significado	Definição	Exemplo
Parte/todo	Partição de um todo em n partes iguais, em que cada parte pode ser representada como $1/n$. Um procedimento de dupla contagem, das partes do todo e das partes tomadas, geralmente é o suficiente para solucionar o problema.	Uma jarra com suco foi dividida entre 3 copos. João bebeu um copo. Que fração representa o que ele bebeu da jarra?

Quociente	A fração indica uma divisão e seu resultado. Nas situações de quociente, temos duas variáveis, sendo que uma variável corresponde ao numerador e a outra ao denominador.	Em uma festa foram distribuídos 2 bolos para 6 crianças igualmente. Quanto cada uma vai receber?
Probabilidade	A fração representa a chance de um evento ocorrer (número de casos favoráveis dividido pelo número de casos possíveis).	Jogando uma vez um dado, que fração representa a possibilidade de tirar o número 3 ou 4?
Operador multiplicativo	A fração é um valor escalar aplicado a uma quantidade, ou seja, um multiplicador da quantidade indicada.	Numa jarra contendo 900 ml de suco, Pedro bebeu $\frac{1}{3}$ do líquido. Quantos mililitros ele bebeu?
Número	A fração é um número em si, não sendo necessário que expresse uma relação ou contexto para ser compreendida numa dada situação.	Onde posso marcar na reta numérica $\frac{1}{3}$?
Medida	Comparação na qual a fração está relacionada à pergunta quantas vezes? Neste caso, uma determinada parte é tomada como referência para se medir outra.	Tomando a reta CD como unidade de medida, quanto mede AB? A_B ; $C______D$ Outro caso: Quantos copos de $\frac{1}{3}$ litros são necessários para encher um balde de 15 litros?
Razão	A fração refere-se à quantidades intensivas, nas quais a quantidade é medida pela relação entre duas variáveis.	Para trazer um suco de laranja eu misturo numa jarra 2 copos de água para 1 de concentrado. Que fração de concentrado eu tenho na jarra?

Fonte: Cavalcanti e Guimarães (2008, p. 2-3)

É importante que os alunos, desde os anos iniciais, compreendam a fração sob seus diferentes significados, pois como colocam Lins e Silva (2007, p. 12) “o que queremos é que a criança desenvolva várias maneiras de entender frações, que compreenda a relação entre elas e que saiba escolher qual delas é melhor numa determinada situação”.

Carvalho, Vizolli e Pereira (2020) realizaram uma análise dos livros didáticos do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) do triênio 2020/2022 para verificar quais significados de fração estão presentes com base na classificação de Campos, Magina e Nunes (2006). Os autores constatam que as coleções analisadas (foram nove coleções) traziam diferentes significados, mas com a preponderância do significado parte-todo, sendo o significado de fração como operador multiplicativo o segundo significado mais citado nos livros.

Em relação aos documentos curriculares e o conteúdo de frações, os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCNs (BRASIL, 1997) situavam inicialmente o seu ensino no 2º ciclo (divisão dada ao período de escolarização na época em que os PCNs foram publicados e

correspondiam à 3ª e 4ª série do Ensino Fundamental), recomendando que deveria ser consolidado nos dois ciclos finais do Ensino Fundamental.

O documento atrelava o conteúdo de fração ao conjunto dos números racionais com o objetivo de que o aluno pudesse “construir o significado do número racional e de suas representações (fracionária e decimal), a partir de seus diferentes usos no contexto social” (BRASIL, 1997, p. 55). Em seguida, os PCNs (BRASIL, 1997, p. 68) fazem uma série de apontamentos sobre o ensino de frações e alguns de seus significados já discutidos pela literatura e citados neste artigo, como podemos ver pelo quadro a seguir:

Quadro 2 – Significados de Fração

Conceitos relacionados à fração mencionado pelos PCNs	Comentário dos PCNs
Representação fracionária	Já o contato com representações fracionárias é bem menos frequente; na vida cotidiana o uso de frações limita-se a metades, terços, quartos e mais pela via da linguagem oral do que das representações.
Fração como parte-todo	A prática mais comum para explorar o conceito de fração é a que recorre a situações em que está implícita a relação parte-todo; é o caso das tradicionais divisões de um chocolate, ou de uma pizza, em partes iguais. A relação parte-todo se apresenta, portanto, quando um todo se divide em partes (equivalentes em quantidade de superfície ou de elementos). A fração indica a relação que existe entre um número de partes e o total de partes.
Fração como quociente	Outro significado das frações é o de quociente; baseia-se na divisão de um natural por outro ($a : b = a / b$; $b \neq 0$). Para o aluno, ela se diferencia da interpretação anterior, pois dividir um chocolate em 3 partes e comer 2 dessas partes é uma situação diferente daquela em que é preciso dividir 2 chocolates para 3 pessoas. No entanto, nos dois casos, o resultado é representado pela mesma notação: $2/3$.
Fração como razão	Uma terceira situação, diferente das anteriores, é aquela em que a fração é usada como uma espécie de índice comparativo entre duas quantidades de uma grandeza, ou seja, quando é interpretada como razão. Isso ocorre, por exemplo, quando se lida com informações do tipo “2 de cada 3 habitantes de uma cidade são imigrantes”. Outros exemplos podem ser dados: a possibilidade de sortear uma bola verde de uma caixa em que há 2 bolas verdes e 8 bolas de outras cores (2 em 10); o trabalho com escalas em mapas (a escala é de 1 cm para 100 m); a exploração da porcentagem (40 em cada 100 alunos da escola gostam de futebol).
Fração como operador	Trata-se do significado da fração como operador, ou seja, quando ela desempenha um papel de transformação, algo que atua sobre uma situação e a modifica. Essa ideia está presente, por exemplo, num problema do tipo “que número devo multiplicar por 3 para obter 2”.

Fonte: (BRASIL, 1997, p. 68)

Para o 3º e 4º ciclos, os PCNs (BRASIL, 1998) enfatizavam a relação com os números racionais, explicando que os racionais possuem diferentes representações (representação fracionária, decimal, percentual) em diversos contextos e citando o contexto histórico dos povos egípcios que utilizavam as frações em seus sistemas de pesos e medidas.

A Base Nacional Comum Curricular - BNCC (BRASIL, 2018) coloca que o conteúdo de frações deve ser ensinado no 4º ano do Ensino Fundamental na unidade temática “Números”, com os objetos de conhecimento: números racionais - frações unitárias mais usuais ($1/2$, $1/3$, $1/4$, $1/5$, $1/10$ e $1/100$) e a habilidade de reconhecer as frações unitárias mais usuais ($1/2$, $1/3$, $1/4$, $1/5$, $1/10$ e $1/100$) como unidades de medida menores do que uma unidade, utilizando a reta numérica como recurso. Para o 5º ano, as frações também estão na unidade temática “Números” nos objetos de conhecimento que dizem respeito à representação fracionária dos números racionais, operações com números racionais, ordenação, comparação e equivalência de frações e cálculo de porcentagem. Nos anos finais do Ensino Fundamental, o conteúdo de frações está no 6º ano também na unidade temática “Números” com os objetos de conhecimento a seguir: Frações: significados (parte/todo, quociente), equivalência, comparação, adição e subtração; cálculo da fração de um número natural; adição e subtração de frações; operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação) com números racionais.

A seguir, apresentamos um quadro com esses objetos do conhecimento e suas respectivas habilidades:

Quadro 3 – Ensino de Frações na BNCC

4º ano do Ensino Fundamental Unidade temática	Objetos do Conhecimento	Habilidades
Números	Números racionais: frações unitárias mais usuais ($1/2$, $1/3$, $1/4$, $1/5$, $1/10$ e $1/100$)	(EF04MA09) Reconhecer as frações unitárias mais usuais ($1/2$, $1/3$, $1/4$, $1/5$, $1/10$ e $1/100$) como unidades de medida menores do que uma unidade, utilizando a reta numérica como recurso.
5º ano do Ensino Fundamental Unidade temática	Objetos do Conhecimento	Habilidades
Números	Representação fracionária dos números racionais: reconhecimento, significados, leitura e representação na reta numérica	(EF05MA03) Identificar e representar frações (menores e maiores que a unidade), associando-as ao resultado de uma divisão ou à ideia de parte de um todo, utilizando a reta numérica como recurso. (EF05MA04) Identificar frações equivalentes.
	Comparação e ordenação de números racionais na representação decimal e na fracionária utilizando a noção de equivalência	(EF05MA05) Comparar e ordenar números racionais positivos (representações fracionária e decimal), relacionando-os a pontos na reta numérica.
	Cálculo de porcentagens e representação fracionária	(EF05MA06) Associar as representações 10%, 25%, 50%, 75% e 100% respectivamente à décima parte, quarta parte, metade, três

		quartos e um inteiro, para calcular porcentagens, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, em contextos de educação financeira, entre outros.
6º ano do Ensino Fundamental Unidade temática	Objetos do Conhecimento	Habilidades
Números	Frações: significados (parte/todo, quociente), equivalência, comparação, adição e subtração; cálculo da fração de um número natural; adição e subtração de frações	(EF06MA07) Compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes. (EF06MA08) Reconhecer que os números racionais positivos podem ser expressos nas formas fracionária e decimal, estabelecer relações entre essas representações, passando de uma representação para outra, e relacioná-los a pontos na reta numérica. (EF06MA09) Resolver e elaborar problemas que envolvam o cálculo da fração de uma quantidade e cujo resultado seja um número natural, com e sem uso de calculadora. (EF06MA10) Resolver e elaborar problemas que envolvam adição ou subtração com números racionais positivos na representação fracionária

Fonte: Brasil (2018)

Percebemos que o ensino de frações começa ainda nos anos iniciais, mas constata-se por meio de diversas pesquisas (BERTONI, 2004; OKUMA; ARDENGHI, 2011; SANTOS; FONSECA, 2019) que os alunos chegam nos anos finais do Ensino Fundamental sem o pleno domínio do conceito de fração e de suas operações, pelos aspectos já apontados na introdução deste trabalho.

Nota-se na BNCC (BRASIL, 2018) que nos anos finais, espera-se que haja um aprofundamento do conteúdo de frações ampliando suas relações com os números racionais, o que permite inclusive explorar com mais propriedade os demais significados de fração. Espera-se que os alunos venham dos anos anteriores com o conceito de fração consolidado, mas o que se observa no 6º ano é o contrário, pois chegam com conhecimentos pouco sólidos, conceitos parcialmente compreendidos e/ou assimilados ou nenhuma compreensão sobre fração (SILVA; LOZADA; VIANA, 2020). Isso leva o professor a ter que reiniciar o trabalho com as frações, tentando construir/reconstruir os conhecimentos.

Dados divulgados pelo PISA – Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (O GLOBO, 2013) realizado em 2012, revelam que os alunos não sabem trabalhar com frações. Essa dificuldade na compreensão das frações permaneceu e é novamente apresentada na

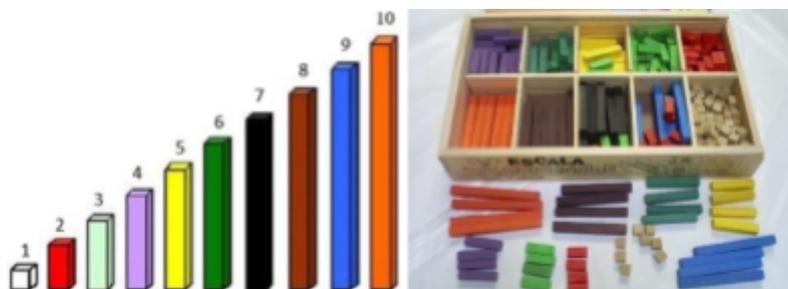
avaliação dos alunos brasileiros no PISA em 2018, conforme relatório publicado pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira - INEP () em 2019.

Desse modo, com base no que analisamos em termos de literatura e documentos curriculares é que propomos a adoção de recursos didáticos potencialmente significativos para a construção do conceito de fração no 6ºano do Ensino Fundamental, que é o caso do Material Cuisenaire que será explicitado a seguir. Nunes e Bryant (1997) propõem a abordagem do conteúdo de frações por meio experimental e dessa forma se justifica o uso do material concreto, que possibilita uma construção pictórica-formal do conceito de fração e suas operações. Passemos à proposta de atividade com o Material Cuisenaire.

Proposta de atividades com o Material Cuisenaire

O material Cuisenaire foi criado por Emile Georges Cuisenaire Hottetlet na década de 1950, para auxiliar os alunos na aprendizagem de conceitos matemáticos. É um material concreto que possui uma escala formada por barras de cores específicas associadas a determinado valor, como vemos na figura abaixo:

Figura 1 – Material Cuisenaire



Fonte: Elaborado pelos autores

Apresentamos uma proposta de ensino de frações com Material Cuisenaire partindo de duas abordagens diferentes para a soma e a subtração. A primeira abordagem é relatada por Santos (2020). Assim, descrevemos um quadro que relaciona cor com a fração, como podemos ver logo abaixo:

Figura 2 – Quadro

Cor	Fração	Cor	Fração
Branca	1/1	Verde Escuro	1/6
Vermelha	1/2	Preta	1/7
Verde claro	1/3	Marrom	1/8

Rosa	1/4	Azul	1/9
Amarela	1/5	Laranja	1/10

Fonte: Santos (2020)

Esse quadro permite que as operações sejam feitas de modo mais prático como podemos observar pelo exemplo fornecido por Santos (2020, p. 5), que representa a soma de $1/3 + 1/2$:

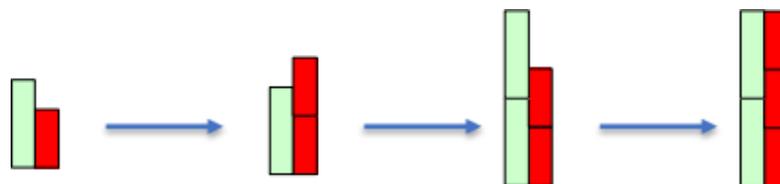
Figura 3 – Soma de frações

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{2} =$$


Fonte: Santos (2020)

Santos (2020) coloca que a ideia da soma de frações é a igualdade das alturas das colunas e para isso basta acrescentar peças semelhantes nas duas colunas até que fiquem com a mesma altura, como Santos (2020, p. 5) demonstra abaixo:

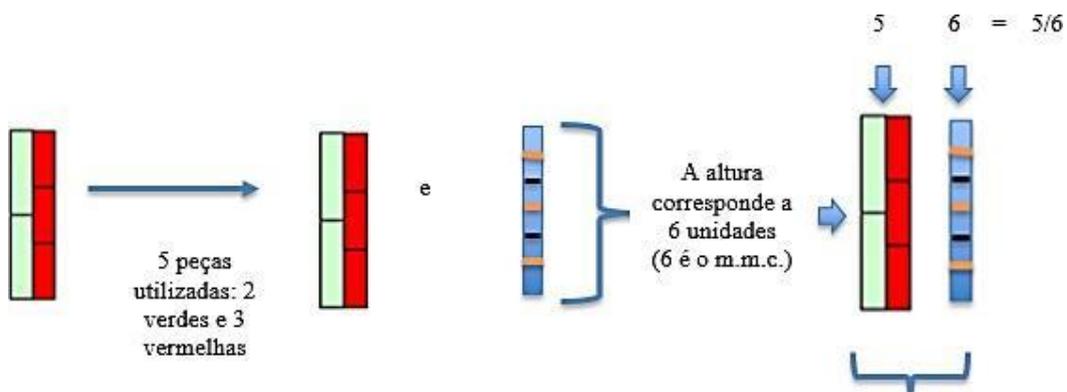
Figura 4 – Igualando as colunas



Fonte: Santos (2020)

Segundo Santos (2020), o denominador representa a altura total da coluna e o numerador corresponde à quantidade de peças utilizadas. Assim, a altura corresponde a 6 unidades e a quantidade de peças utilizadas são 5 (2 verdes e 3 vermelhas), o que resulta em $5/6$, como vemos na figura abaixo:

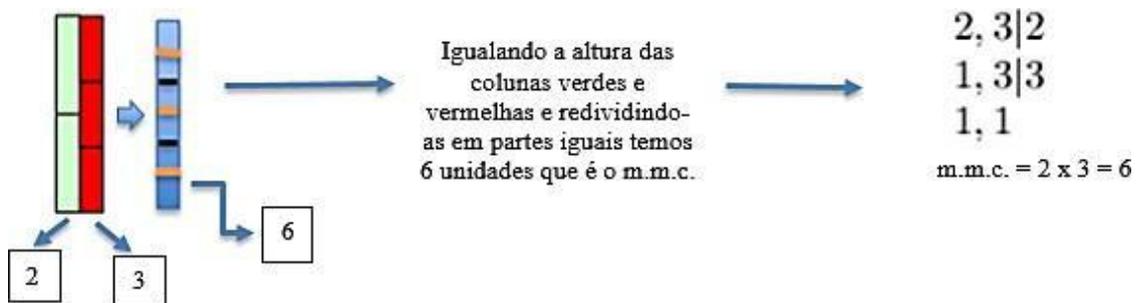
Figura 5 – Obtendo o resultado 5/6



Fonte: Santos (2020)

Essas seis unidades correspondem a encontrar o mínimo múltiplo comum que pelo procedimento usual é calculado pela decomposição simultânea e pelo método de Santos (2020) consiste em tornar as colunas comuns, ou seja, do mesmo tamanho, que no caso corresponde a 6 unidades, resultado este encontrado ao se calcular o mínimo múltiplo comum, como mostrado na figura a seguir:

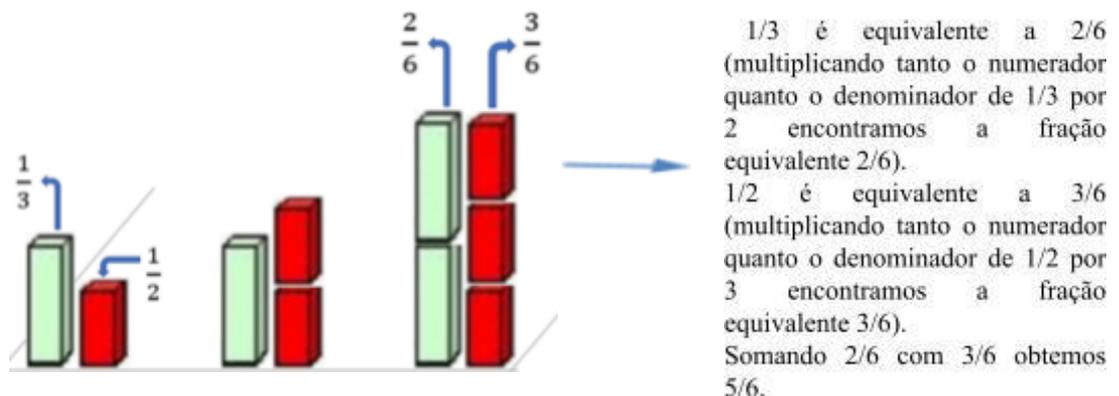
Figura 6: Igualando as colunas e obtendo o m.m.c



Fonte: Santos (2020)

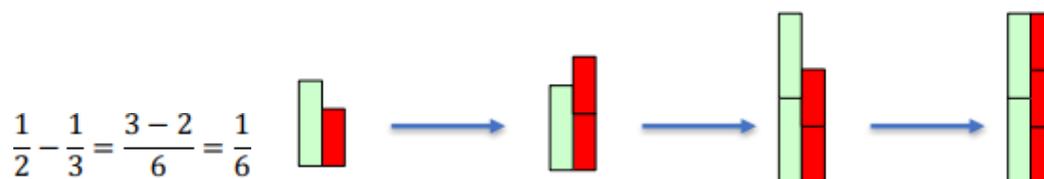
Santos (2020) prossegue explicando que o próximo passo é determinar frações equivalentes a $\frac{1}{3}$ e $\frac{1}{2}$. Pelo procedimento usual, encontramos os valores de $\frac{2}{6}$ e $\frac{3}{6}$, respectivamente como frações equivalentes e que se relacionam com 2 peças verdes (representando $\frac{1}{3}$ é equivalente a $\frac{2}{6}$) e 3 peças vermelhas (representando $\frac{1}{2}$ é equivalente a $\frac{3}{6}$). Como as frações equivalentes apresentam o mesmo denominador é só efetuar a soma, como podemos ver a seguir na figura 7:

Figura 7 – Obtenção das frações equivalentes e a soma



Fonte: Santos (2020)

O processo de subtração é similar ao de adição, bastando apenas subtrair a quantidade de peças de cores diferentes, como mostra Santos (2020, p. 8):

Figura 8 – Subtração de frações

Fonte: Santos (2020)

O autor coloca então que basta subtrair a quantidade de peças vermelhas (3) da quantidade de peças verdes (2), chegando no resultado 1, que representa o numerador da fração, sendo que o denominador é definido pela altura da coluna, no caso 6 unidades.

O segundo método que apresentamos é baseado no trabalho de Silva, Lozada e Viana (2020), que não apresenta tabela de correspondência de valores como o método de Silva (2020), focando na obtenção de frações equivalentes. Para tanto, vamos efetuar a soma de $1/2 + 1/3$, representando de modo pictórico, com as barras de Cuisenaire, como proposto por Silva, Lozada e Viana (2020, p. 7):

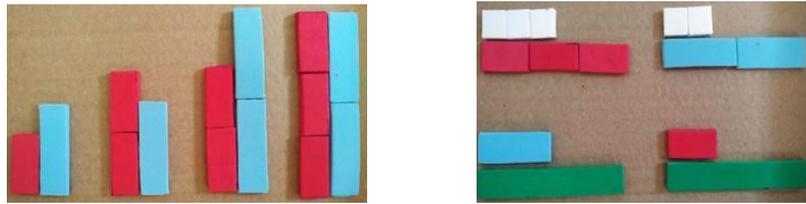
Figura 9 – Representação com as barras de Cuisenaire

Fonte: Silva, Lozada e Viana (2020)

Após fazer a representação pictórica, é importante explicar aos alunos que a soma só será possível quando as barras do denominador tiverem o mesmo tamanho e, para isso, basta fazer o acréscimo de barras até que atinjam o mesmo comprimento, sendo necessário dobrar o número de barras azuis e triplicar o número de barras vermelhas encontrando o denominador comum 6.

Visto que foi preciso dobrar a quantidade das barras azuis, devemos dobrar a quantidade da barra branca, que representa o numerador da fração $1/3$, tornando assim a fração $2/6$ que é equivalente a $1/3$, então repetimos o procedimento com o numerador da fração $1/2$, e como seu denominador foi triplicado, deve-se triplicar o seu numerador encontrando a fração $3/6$, que é equivalente a $1/2$, como vemos abaixo (SILVA, LOZADA, VIANA, 2020, p. 7):

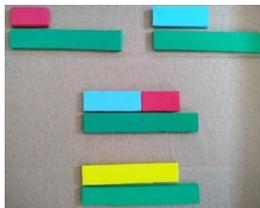
Figura 10 – As frações equivalentes no processo de soma



Fonte: Silva, Lozada e Viana (2020)

Em seguida, basta substituir as barras repetidas por uma que possui 6 unidades (no caso, a de cor verde) e colocar as barras unitárias brancas acima da barra verde, representando a soma entre os numeradores para chegar ao resultado que é $5/6$, como se vê na figura (SILVA, LOZADA, VIANA, 2020, p. 8):

Figura 11 – O resultado da soma de frações



Fonte: Silva, Lozada e Viana (2020)

Para realizar a subtração ($1/2 - 1/3$), os autores colocam que é semelhante à soma, podendo se usar uma fita fina de E.V.A simbolizando o sinal negativo como mostramos na figura a seguir (SILVA, LOZADA, VIANA, 2020, p. 8):

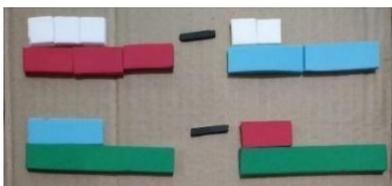
Figura 12 – Subtração de frações



Fonte: Silva, Lozada e Viana (2020)

Após essa pequena variação na representação da fração negativa, o procedimento para encontrar o denominador comum é o mesmo feito na soma, encontrando o denominador comum 6 novamente, e com isso, repetindo o mesmo procedimento, encontraremos as frações equivalentes e a operação que era $1/2 - 1/3$ se torna $3/6 - 2/6$:

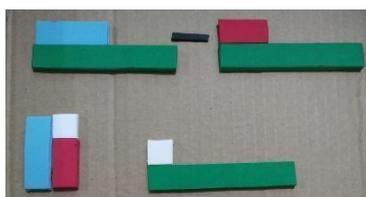
Figura 13 – Subtração de frações



Fonte: Silva, Lozada e Viana (2020)

Depois disso, basta fazer a subtração entre os numeradores, $(3 - 2)/6$, e uma forma de subtrair os numeradores usando as barras é colocando uma ao lado da outra e verificar a diferença de tamanho entre elas, completando a barra menor com uma outra que faça com que as barras tenham o mesmo tamanho; nesse caso, é preciso completar colocando uma barra de uma unidade, encontrando o numerador 1 e, assim se tem a fração $1/6$ como resultado da subtração. Vejamos esse procedimento na figura a seguir:

Figura 14 – Subtração de frações



Fonte: Silva, Lozada e Viana (2020)

Ambas as abordagens, de Santos (2020) e Silva, Lozada e Viana (2020) permitem a exploração, construção e visualização das operações de soma e subtração de frações, possibilitando que os alunos façam relações, associações e generalizações, mostrando-se como recursos potencialmente significativos, asseverando que realizamos testes no LEMA (Laboratório de Ensino de Matemática) da Universidade Federal de Alagoas com os dois métodos.

Considerações Finais

Ambas abordagens trabalham com o conceito de fração equivalente o que exige que o aluno domine este conceito processualmente e graficamente, pois integra o processo de soma e subtração de frações, assim como o conceito de mínimo múltiplo comum.

A ideia central dessas abordagens é a igualdade altura/comprimento das barras, sendo que a abordagem de Santos (2020) trabalha com uma tabela específica de valores e a de Silva, Lozada e Viana (2020) trabalha com as barras unitárias com cores distintas, ou seja, adaptam

a utilização das barras de Cuisenaire em relação às cores e valores. Por fim, consideramos que esta experiência com o material concreto esteja agregada às atividades que impliquem em resolução de problemas contextualizados para que os alunos compreendam além do aspecto conceitual-pictórico-procedimental, entendendo as aplicações das frações nas situações cotidianas e construindo significados que dão sentido ao conceito de fração.

Referências

BRASIL. **Base nacional comum curricular**: a educação é a base. Brasília: MEC, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>. Acesso em: 11 nov. 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros curriculares nacionais**: matemática. Brasília, DF: MEC, 1997.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros curriculares nacionais**: matemática. Brasília, DF: MEC, 1998.

BERTONI, N. E. Um novo paradigma no ensino e aprendizagem das frações. *In*: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8., 2004, Recife. **Anais [...]** Recife: UFPE. Disponível em: <http://www.sbembrasil.org.br/files/viii/pdf/15/PA01.pdf>. Acesso em: 11 nov. 2020.

CARDOSO, P.; MAMEDE, E. Dificuldades em ensinar frações no 1.º ciclo do ensino básico. **Revista Educação & Matemática**, Lisboa, v. 2, n. 142, p. 1 – 5, 2017. Disponível em: <http://repositorium.sdum.uminho.pt/handle/1822/52502>. Acesso em: 15 jul. 2021.

CAMPOS, T.; MAGINA, S.; NUNES, T. O professor polivalente e a fração: conceitos e estratégias de ensino. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 8, n. 1, p. 125-136, 2006.

CAMPOS, T. M. M.; RODRIGUES, W. R. A ideia de unidade na construção do conceito de número racional. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, v. 2, n. 4, p. 68-93, 2007.

CARVALHO, E.; VIZOLLI, I.; PEREIRA, O. R. A abordagem de fração em livros didáticos de Matemática do sexto ano do ensino fundamental aprovados no PNLD em 2020. **Revista Prática Docente**, Confresa, v. 5, n. 3, p. 1529-1546, 2020.

CAVALCANTI, E. M. S.; GUIMARÃES, G. L. **Diferentes significados de frações**: análise de livros didáticos das séries iniciais. 25f. 2008. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Pedagogia) - Universidade Federal de Pernambuco, 2008.

COSTA, J. M.; PINHEIRO, N.A.M.; COSTA, E. A formação para matemática do professor de anos iniciais. **Ciência e Educação**, Bauru, v. 22, n. 2, p. 505-522, 2016.

CUNHA, D. R.; COSTA, S. S. C. O curso de pedagogia e a formação matemática para a

docência nas séries iniciais do ensino fundamental. *In*: ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS- GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12., 2008, Rio Claro. **Anais [...]** Rio Claro: UNESP, 2008. Disponível em: http://www2.rc.unesp.br/eventos/matematica/ebrapem2008/upload/297-1-A-gt1cunha_ta.pdf. Acesso em: 23 jul. 2021.

INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA (INEP). **Relatório Brasil no Pisa 2018**. Brasília, DF: MEC, 2019. Disponível em: https://download.inep.gov.br/acoes_internacionais/pisa/documentos/2019/relatorio_PISA_2018_preliminar.pdf. Acesso em: 10 nov. 2020.

LINS, R. C.; SILVA, H. Frações. Fascículo 4. *In*: BRASIL. **Pró-Letramento: Programa de Formação Continuada de Professores dos Anos/Séries Iniciais do Ensino Fundamental: matemática**. Secretaria de Educação Básica – Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2007. p. 08 – 39.

MAKUCH, F. B. **O uso de simulações interativas PHET no ensino de frações**. 2016. 125 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) – Universidade Estadual do Centro-Oeste, Guarapuava, 2016.

MENDES, E. C.; MENDES, M. **Os múltiplos recursos para ensinar fração**. *In*: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12., 2016, São Paulo. **Anais [...]** São Paulo: SBEM, 2016. Disponível em: http://www.sbem.com.br/enem2016/anais/pdf/7044_2823_ID.pdf. Acesso em: 20 jul. 2021.

MERLINI, V. L. **O conceito de fração em seus diferentes significados: um estudo diagnóstico com alunos de 5ª e 6ª séries do ensino fundamental**. 2005. 207 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2005.

MORAIS, E. C. **Ensinar-aprender frações em um curso de formação continuada para professores dos anos iniciais do ensino fundamental: conhecimentos e dificuldades evidenciadas**. 2010. 120 f. Dissertação (Mestrado) - Instituto de Educação Matemática e Científica, Universidade Federal do Pará, Belém, 2010.

NUNES, T.; BRYANT, P. **Crianças fazendo matemática**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

O GLOBO. **Dois terços dos alunos de 15 anos no Brasil não entendem frações**. Disponível em: <https://oglobo.globo.com/sociedade/educacao/dois-tercos-dos-alunos-de-15-anos-no-brasil-na-o-entendem-fracoes-10968622>. Acesso em: 10 nov. 2020.

OKUMA, E. K.; ARDENGHI, M. J. Ensino e aprendizagem de fração: um estudo comparativo e uma intervenção didática. **Revista Científica do Unisalesiano**, Lins, n. 3, p. 81-94, 2011.

RIBEIRO, M. S. **O ensino de fração em cursos de licenciatura em pedagogia: um estudo em duas IFES**. 2019. 157 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) - Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2019.

SANTOS, W. S. Adição e subtração de frações: uma nova técnica utilizando as barras de cuisenaire. *In: ENCONTRO CAJAZEIRENSE DE MATEMÁTICA*, 7., 2020, Cajazeiras. **Anais [...]** Cajazeiras: IFPB, 2020. p. 1-10.

SANTOS, S. F. **O uso do tangram como proposta no ensino de frações**. 2019. 134 f. Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal de Goiás, Jataí, 2019.

SANTOS, R.; FONSECA, S. S. Dificuldades dos alunos do 7º ano do Ensino Fundamental em aprender fração. **Revista Insignare Scientia**, v. 2, n. 1, p. 50-66, 2019.

SIEBERT, V. T. **Estudo e ensino de frações: aprendizagens e dificuldades docentes no processo de formação continuada**. 2015. 188 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Instituto de Educação, Universidade Federal de Mato Grosso, Cuiabá, 2015.

SILVA, A. C. T.; LOZADA, C.O.; VIANA, S. L.S . O material cuisenaire e o modelo de barras de Singapura como recursos didáticos para o ensino de frações no sexto ano do ensino fundamental. *In: ENCONTRO CAJAZEIRENSE DE MATEMÁTICA*, 7., 2020, Cajazeiras. **Anais [...]** Cajazeiras: IFPB, 2020. p. 1-10.

VALERA, A. R. **Uso social e escolar dos números racionais: representação fracionária e decimal**. 2003. 164 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Faculdade de Filosofia e Ciências, Universidade Estadual Paulista, 2003.